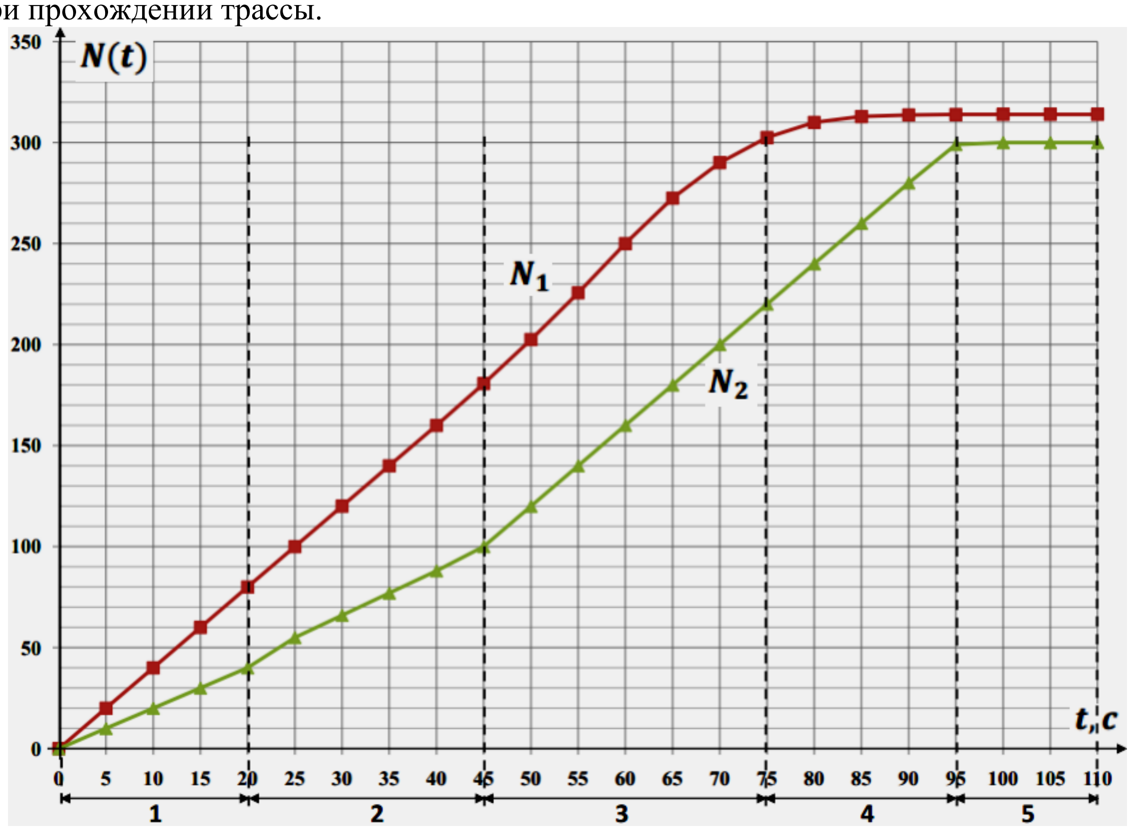
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2023-2024 года, вопросы по физике.
Вариант 1 (7 и 8 классы)

1. У модели гоночного автомобиля две пары колес: задние (ведущие) – радиусом 6 см, и передние (опорные) – радиусом 3 см. Ось каждой колесной пары снабжена ***энкодером*** - датчиком, измеряющим количество полных оборотов колес от момента включения датчика. Модель «с разгона» проехала трассу с разними покрытиями на разных участках, изменяя режим работы двигателя. Оба датчика включились одновременно при выезде на трассу. На рисунке показаны графики зависимости от времени t показателей энкодеров на осях передних ($N_1(t)$) и задних ($N_2(t)$) колес при прохождении трассы.



Известно, что передние колеса никогда не проскальзывали, и величина силы трения для них всегда была пренебрежимо мала по сравнению с величиной силы трения задних колес. Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

1.1. На каких участках (номера участков указаны под осью t) задние колеса модели проскальзывали? В ответе укажите номера этих участков по порядку, не разделяя пробелами или знаками препинания (например: 124).

1.2. Найдите среднюю скорость движения модели за 100 с движения по трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.3. Оцените максимальную величину скорости движения модели на трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.4. Найдите количество теплоты, которое выделилось за счет трения между ведущими колесами модели и покрытием трассы, если массу модели m = 2,5 кг можно считать неизменной, коэффициенты трения между ведущими колесами на участках трассы равны μ_1 = 0,5, $\mu_2 = \mu_3$ = 0,8 и $\mu_4 = \mu_5$ = 0,1, а ускорение свободного падения можно считать примерно равным 10 м/с^2. Ответ запишите в джоулях, с точностью до целого значения.

Возможное решение: При движении без проскальзывания какого-либо из колес один оборот этого колеса соответствует прохождению моделью автомобиля пути, равного периметру колеса, то есть $s_1 = 2\pi r$. Следовательно, мгновенная скорость модели v и изменение числа оборотов колеса за время Δt связаны соотношением $v = 2\pi r \frac{\Delta N}{\Delta t}$. Если обе пары колес не проскальзывают, то, как видно из этого соотношения $r_1 \Delta N_1 = r_2 \Delta N_2$, то есть $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = 2$. (показания энкодера на оси опорных колес растут в два раза быстрее, чем показания энкодера на оси ведущих колес). Как видно из графика, это соотношение выполняется только на участке 1 – на всех остальных $\Delta N_2 > \frac{1}{2}\Delta N_1$. Таким образом, на участке 1 обе пары колес не проскальзывали, а на всех остальных участках (2,3,4 и 5) задние колеса проскальзывали.

Путь модели за 100 с движения по трассе можно найти по числу оборотов опорных колес (определяется по графику) $N_1 \approx 314 \pm 1$:

$$s = 2\pi r_1 N_1 \Rightarrow v_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r_1 N_1}{t} \approx 0{,}592 \text{ м/с}.$$

После округления до десятых приходим к ответу $v_{cp} \approx 0{,}6$ м/с.

Чтобы оценить максимальную величину скорости модели, нужно найти интервал времени с максимальной скоростью роста показаний энкодера на оси опорных колес. Разделим все время движения на интервалы по $\Delta t = 5$ с, и тогда нетрудно обнаружить, что самый большой прирост произошел в интервале от 55 с до 60 с, где $\Delta N_1 \approx 24 \pm 1$. Тогда $v_m = 2\pi r_1 \frac{\Delta N_1}{\Delta t} \approx 0{,}9$ м/с.

Количество теплоты, выделившееся за счет трения ведущих колес о поверхность трассы, равно работе силы трения скольжения, а она равна произведению величины этой силы $F_{mp} = \mu m g$ на величину «проскальзывания» колес по покрытию трассы. Величину проскальзывания на каждом участке можно найти как разность пути оси ведущих колес при том же числе оборотов, но без проскальзывания, и реального пути, равного пути оси опорных колес:

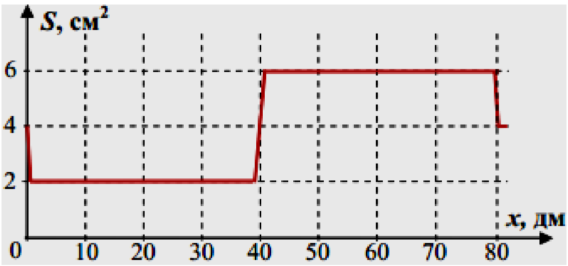
$$Q = 2\pi[\mu_1\left(r_2\Delta N_2^{(1)} - r_1\Delta N_1^{(1)}\right) + \mu_2\left(r_2\Delta N_2^{(23)} - r_1\Delta N_1^{(23)}\right) + \mu_4\left(r_2\Delta N_2^{(4)} - r_1\Delta N_1^{(4)}\right)]$$

(на пятом участке показания энкодеров не изменяются, то есть колеса автомобиля не крутятся). Вычисляя численное значение с нужной точностью, получаем $Q \approx 590$ Дж.

2. *Расходом воды*, проходящей через трубу, называют объем воды, проходящий через сечение трубы в единицу времени (эту величину можно измерять в литрах в секунду). При описании течений воду можно считать несжимаемой жидкостью с плотностью $\rho = 1{,}0$ г/см^3. Кроме того, если влияние сил трения для рассматриваемого течения пренебрежимо мало, то можно пользоваться *законом Бернулли*: для небольшого объема воды, движущейся по «трубке тока» (так называют часть потока жидкости с малым поперечным сечением, выделенную таким образом, что жидкость не пересекает ее «стенок»), можно считать постоянной величиной $\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho g h = const$ (здесь v – скорость движения жидкости, p – давление в жидкости, h – высота элемента жидкости над «начальным» уровнем), а $g \approx 10$ м/с^2 – ускорение свободного падения.

2.1. Расход воды, текущей по трубке с площадью поперечного сечения $S = 4$ см^2, составляет $q = 0{,}8$ л/с. С какой скоростью движется вода по этой трубке? Ответ запишите в м/с с точностью до целого значения.

2.2. Трубка, описанная в предыдущем пункте, переходит в участок длиной 80 дм с переменным сечением (график зависимости площади сечения от расстояния от начала участка показан на рисунке). Найдите среднюю скорость движения воды на этом участке. Ответ запишите в м/с с точностью до целого значения.



2.3. В вертикальном цилиндрическом резервуаре высотой h = 0,8 м налито 2 тонны воды (резервуар сверху открыт и заполнен «до краев»). У самого дна в стенке резервуара есть отверстие площадью S = 1 см^2, заткнутое пробкой. Пробку вытаскивают. За какое время через отверстие выльется 1 кг воды? Ответ запишите в секундах с точностью до десятых.

Возможное решение: Из определения расхода следует, что его можно вычислять как произведение скорости течения воды на площадь поперечного сечения трубы: $q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S\frac{\Delta l}{\Delta t} = Sv$. Таким образом, в трубке из п.2.1. скорость течения $v = \frac{q}{S} = 2$ м/с.

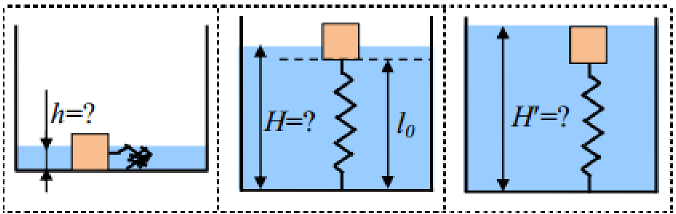
Поскольку вода в трубке ни на каком участке не исчезает и не появляется, то расход воды постоянен во всех ее сечениях. Поэтому скорость течения воды на участке изменения расстояния от 0 до 4 м равна $v_1 = \frac{q}{S_1} = 4$ м/с, а на участке от 4 м до 8 м $v_2 = \frac{q}{S_2} = \frac{4}{3}$ м/с. Полное время прохождения пути 8 м для воды на участке с переменным сечением $t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} = 4$ с, и поэтому средняя скорость движения воды $v_{ср} = 2$ м/с.

1 кг – это очень малая часть от 2 тонн, поэтому можно считать, что за время его выливания уровень воды в резервуаре h практически не изменился. Объем воды в резервуаре равен 2 м^3, и площадь его горизонтального сечения с учетом того, что h = 0,8 м, равна 2,5 м^2, что очень намного больше площади отверстия. В результате мы понимаем, что скорость движения воды вблизи ее поверхности v_h (при опускании уровня жидкости в резервуаре) намного меньше скорости ее вытекания сквозь отверстие v_0. В соответствии с уравнением Бернулли для трубки тока, идущей от поверхности (где давление равно атмосферному) сквозь отверстие наружу (где давление тоже равно атмосферному)

$$\rho g h \approx \frac{\rho v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = 4\frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow q = Sv_0 = 0{,}4 \text{ л/с}.$$

Объем 1 кг воды – примерно 1 л, так что искомое время равно 2,5 с.

3. На дне бассейна лежит куб с длиной ребра a = 10 см из дерева с плотностью 0,6 г/см^3. К центру одной грани куба прикреплен конец тонкой невесомой пружины (действующими на нее силами тяжести и Архимеда можно пренебречь, жесткость которой k = 100 Н/м, а длина в недеформированном состоянии равна 44 см. Второй конец пружины закреплен на дне бассейна. Куб лежит на дне ровно, но, когда в бассейн начинают медленно наливать воду, она потихоньку проникает под куб.



3.1. При каком уровне воды в бассейне h куб оторвется от его дна? Ответ запишите в см, с точностью до целого значения.
3.2. При каком уровне воды в бассейне пружина полностью расправится, не еще не натянется? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.
3.3. При каком минимальном уровне воды в бассейне куб целиком скроется под водой? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: Момент отрыва куба от дна бассейна соответствует моменту, когда растущая величина силы Архимеда достигает величины силы тяжести, действующей на куб (соответственно куб перестает давить на дно бассейна): $\rho_0 a^2 h g = \rho a^3 g \Rightarrow h = \frac{\rho}{\rho_0} a = 6$ см. Здесь a – длина ребра куба, ρ_0 – плотность воды, ρ – плотность дерева, из которого сделан куб.

Когда пружина «полностью расправилась, не еще не натянулась», силу ее упругости можно считать равной нулю, и сила Архимеда по-прежнему уравновешивает силу тяжести куба. Значит, куб по-прежнему погружен в воду на 6 см, и поверхность воды находится на 6 см выше конца пружины. Значит, $H = l_0 + h = 50$ см.

Куб скрывается под водой, когда уровень воды на 10 см выше конца пружины, и при этом сила Архимеда уравновешивает сумму сил тяжести и упругости пружины:

$$\rho_0 a^3 g = \rho a^3 g + k(H' - a - l_0) \Rightarrow H' = l_0 + a\left[1 + \frac{(\rho_0 - \rho)a^2 g}{k}\right] = 58 \text{ см}.$$

4. В калориметре находилось $M_0 = 300$ г воды. В него насыпали $m = 60$ г мокрого снега, состоящего на 60% из кристалликов льда и 40% жидкой воды, находящихся в равновесии.

4.1. Чему равнялась температура мокрого снега? Ответ запишите в °С.

После установления равновесия температура содержимого калориметра оказалась равна $t_1 = 36{,}0°C$.

4.2. Какова была начальная температура воды в калориметре? Теплоемкостью калориметра пренебречь. Считайте, что удельная теплота плавления льда в добавляемой порции λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С).Ответ запишите в °С с точностью до десятых.
4.3. Сколько еще таких же порций нужно добавить, чтобы последняя добавленная порция растаяла не полностью?

Возможное решение: По определению шкалы температур Цельсия, температура, при которой находятся в равновесии жидкая вода и лед при нормальном атмосферном давлении, равна 0°С.

Обозначим начальную температуру воды в калориметре t_0 и запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия после засыпания в калориметр одной порции снега (поскольку конечная температура выше 0°С, то весь лед полностью растаял):

$$\lambda \cdot 0{,}6m + cm(t_1 - 0) = cM_0(t_0 - t_1) \Rightarrow t_0 = \left(1 + \frac{m}{M_0}\right)t_1 + \frac{3m}{5M_0}\frac{\lambda}{c} = 52{,}8°\text{C}.$$

Следующие n порций мокрого снега мы добавляем к M_1 = 360 г воды с температурой $t_1 = 36{,}0°C$. Уравнение теплового баланса для установления равновесия в этом случае

$$\lambda \cdot 0{,}6nm + cnm(t_n - 0) = cM_1(t_1 - t_n) \Rightarrow t_n\left(1 + n\frac{m}{M_1}\right) = t_1 - n\frac{3m}{5M_1}\frac{\lambda}{c}.$$

Если n-я порция растаяла полностью, то эта формула дает допустимое значение конечной температуры жидкой воды, то есть $t_n \geq 0$. Это условие приводит к ограничению $n \leq \frac{5cM_1t_1}{3\lambda m} = 4{,}5$. Как видно, первое значение n, при котором это условие нарушается (то есть лед тает не полностью) – это n = 5.

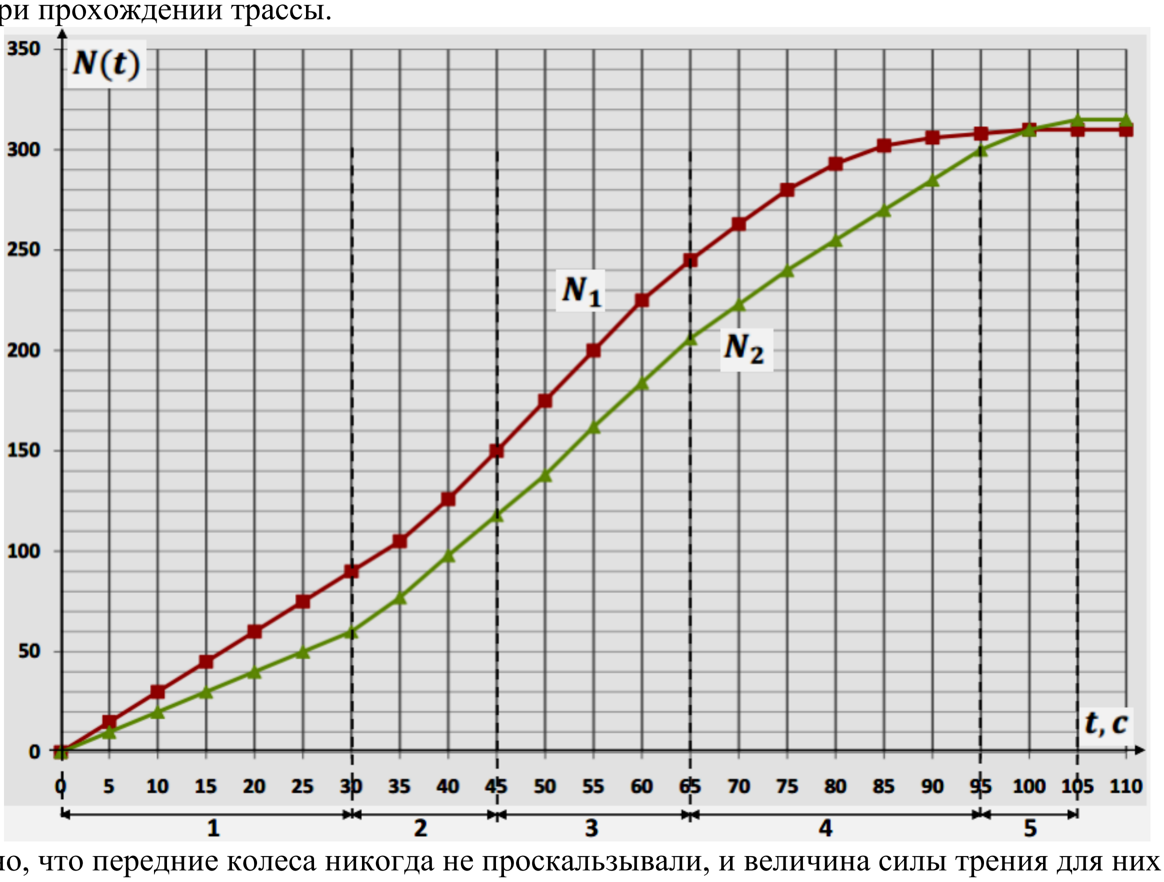
РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	**2345**	**3**
	345	**2**
	45 или 35 или 34	**1**
1.2	**0,6**	**3**
	0,5 или 0,7	**1**
1.3	**0,9**	**4**
	0,8 или 1,0	**2**
	0,7 или 1,1	**1**
1.4	**590**	**5**
2.1	**2**	**2**
2.2	**2**	**4**
	1 или 3	**1**
2.3	**2,5**	**4**
	2,3 или 2,4 или 2,6 или 2,7	**2**
3.1	**6**	**4**
	5 или 7	**1**
3.2	**50**	**5**
	48 или 49 или 51 или 52	**3**
3.3	**58**	**6**
	56 или 57 или 59 или 60	**3**
	54 или 55 или 60 или 61	**1**

4.1	**0**	**2**
4.2	**52,8**	**4**
	52,6 или 52,7 или 52,9 или 53,0	**2**
	52,4 или 52,5 или 53,1 или 53,2	**1**
4.3	**5**	**4**
	4 или 6	**2**
Максимальная оценка		**50**

Вариант 5 (7 и 8 классы)

1. У модели гоночного автомобиля две пары колес: задние (ведущие) – радиусом 3 см, и передние (опорные) – радиусом 2 см. Ось каждой колесной пары снабжена ***энкодером*** - датчиком, измеряющим количество полных оборотов колес от момента включения датчика. Модель «с разгона» проехала трассу с разними покрытиями на разных участках, изменяя режим работы двигателя. Оба датчика включились одновременно при выезде на трассу. На рисунке показаны графики зависимости от времени t показателей энкодеров на осях передних ($N_1(t)$) и задних ($N_2(t)$) колес при прохождении трассы.



Известно, что передние колеса никогда не проскальзывали, и величина силы трения для них всегда была пренебрежимо мала по сравнению с величиной силы трения задних колес. Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

1.1. На каких участках (номера участков указаны под осью t) задние колеса модели проскальзывали? В ответе укажите номера этих участков по порядку, не разделяя пробелами или знаками препинания (например: 124).

1.2. Найдите среднюю скорость движения модели за 100 с движения по трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.3. Оцените максимальную величину скорости движения модели на трассе. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

1.4. Найдите количество теплоты, которое выделилось за счет трения между ведущими колесами модели и покрытием трассы, если массу модели m = 2 кг можно считать неизменной, коэффициенты трения между ведущими колесами и покрытием на разных участках трассы равны $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}6$, $\mu_3 = \mu_4 = 0{,}9$ и $\mu_5 = 0{,}1$, а ускорение свободного падения можно считать примерно равным 10 м/с^2. Ответ запишите в джоулях, с точностью до целого значения.

Возможное решение: При движении без проскальзывания какого-либо из колес один оборот этого колеса соответствует прохождению моделью автомобиля пути, равного периметру колеса, то есть $s_1 = 2\pi r$. Следовательно, мгновенная скорость модели v и изменение числа оборотов колеса за время Δt связаны соотношением $v = 2\pi r\frac{\Delta N}{\Delta t}$. Если обе пары колес не проскальзывают, то, как видно из этого соотношения $r_1\Delta N_1 = r_2\Delta N_2$, то есть $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{3}{2}$. (показания энкодера на оси опорных колес растут в полтора раза быстрее, чем показания энкодера на оси ведущих колес). Как видно из графика, это соотношение выполняется только на участке 1 – на всех остальных $\Delta N_2 > \frac{2}{3}\Delta N_1$. Таким образом, на участке 1 обе пары колес не проскальзывали, а на всех остальных участках (2,3,4 и 5) задние колеса проскальзывали.
Путь модели за 100 с движения по трассе можно найти по числу оборотов опорных колес (определяется по графику) $N_1 \approx 310 \pm 0{,}5$:

$$s = 2\pi r_1 N_1 \Rightarrow v_{cp} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r_1 N_1}{t} \approx 0{,}390 \text{ м/с}.$$

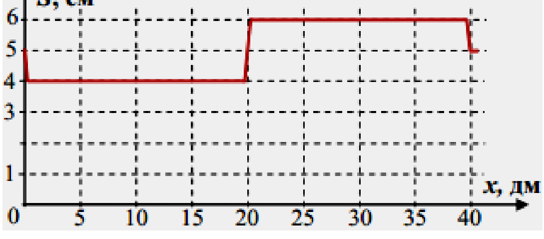
После округления до десятых приходим к ответу $v_{cp} \approx 0{,}4$ м/с.
Чтобы оценить максимальную величину скорости модели, нужно найти интервал времени с максимальной скоростью роста показаний энкодера на оси опорных колес. Разделим все время движения на интервалы по $\Delta t = 5$ с, и тогда нетрудно обнаружить, что самый большой прирост произошел в интервалах от 45 с до 50 с и от 50 с до 55 с, где $\Delta N_1 \approx 25 \pm 1$. Тогда после требуемого округления $v_m = 2\pi r_1\frac{\Delta N_1}{\Delta t} \approx 0{,}6$ м/с.
Количество теплоты, выделившееся за счет трения ведущих колес о поверхность трассы, равно работе силы трения скольжения, а она равна произведению величины этой силы $F_{mp} = \mu m g$ на величину «проскальзывания» колес по покрытию трассы. Величину проскальзывания на каждом участке можно найти как разность пути оси ведущих колес при том же числе оборотов, но без проскальзывания, и реального пути, равного пути оси опорных колес:

$$Q = 2\pi\left[\mu_1\left(r_2\Delta N_2^{(12)} - r_1\Delta N_1^{(12)}\right) + \mu_3\left(r_2\Delta N_2^{(34)} - r_1\Delta N_1^{(34)}\right) + \mu_5\left(r_2\Delta N_2^{(5)} - r_1\Delta N_1^{(5)}\right)\right].$$

Вычисляя численное значение с нужной точностью, получаем $Q \approx 306$ Дж.

2. *Расходом воды*, проходящей через трубу, называют объем воды, проходящий через сечение трубы в единицу времени (эту величину можно измерять в литрах в секунду). При описании течений воду можно считать несжимаемой жидкостью с плотностью $\rho = 1{,}0$ г/см^3. Кроме того, если влияние сил трения для рассматриваемого течения пренебрежимо мало, то можно пользоваться *законом Бернулли*: для небольшого объема воды, движущейся по «трубке тока» (так называют часть потока жидкости с малым поперечным сечением, выделенную таким образом, что жидкость не пересекает ее «стенок»), можно считать постоянной величиной $\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho g h = const$ (здесь v – скорость движения жидкости, p – давление в жидкости, h – высота элемента жидкости над «начальным» уровнем), а $g \approx 10$ м/с^2 – ускорение свободного падения.

2.1. Расход воды, текущей по трубке с площадью поперечного сечения $S = 5\,\text{см}^2$, составляет $q = 1{,}2$ л/с. С какой скоростью движется вода по этой трубке? Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.



2.2. Трубка, описанная в предыдущем пункте, переходит в участок длиной 40 дм с переменным сечением (график зависимости площади сечения от расстояния от начала участка показан на рисунке). Найдите среднюю скорость движения воды на этом участке. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.

2.3. В вертикальном цилиндрическом резервуаре высотой h = 1,25 м налито 4 тонны воды (резервуар сверху открыт и заполнен «до краев»). У самого дна в стенке резервуара есть отверстие площадью S = 1 см^2, заткнутое пробкой. Пробку вытаскивают. За какое время через отверстие выльется 3 кг воды? Ответ запишите в секундах с точностью целого значения.

Возможное решение: Из определения расхода следует, что его можно вычислять как произведение скорости течения воды на площадь поперечного сечения трубы: $q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S\frac{\Delta l}{\Delta t} = Sv$. Таким образом, в трубке из п.2.1. скорость течения $v = \frac{q}{S} = 2{,}4$ м/с.

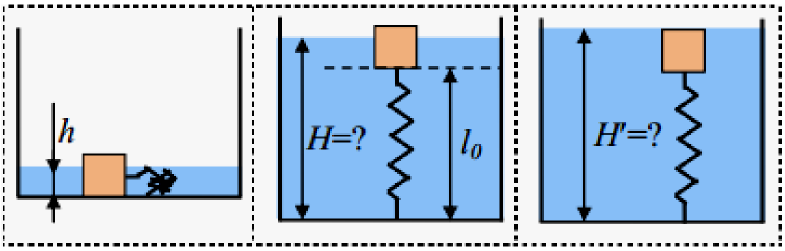
Поскольку вода в трубке ни на каком участке не исчезает и не появляется, то расход воды постоянен во всех ее сечениях. Поэтому скорость течения воды на участке изменения расстояния от 0 до 2 м равна $v_1 = \frac{q}{S_1} = 3$ м/с, а на участке от 2 м до 4 м $v_2 = \frac{q}{S_2} = 2$ м/с. Полное время прохождения пути 4 м для воды на участке с переменным сечением $t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} = \frac{5}{3}$ с, и поэтому средняя скорость движения воды $v_{ср} = 2{,}4$ м/с.

3 кг – это очень малая часть от 4 тонн, поэтому можно считать, что за время его выливания уровень воды в резервуаре h практически не изменился. Объем воды в резервуаре равен 4 м^3, и площадь его горизонтального сечения с учетом того, что h = 1,25 м, равна 3,2 м^2, что очень намного больше площади отверстия. В результате мы понимаем, что скорость движения воды вблизи ее поверхности v_h (при опускании уровня жидкости в резервуаре) намного меньше скорости ее вытекания сквозь отверстие v_0. В соответствии с уравнением Бернулли для трубки тока, идущей от поверхности (где давление равно атмосферному) сквозь отверстие наружу (где давление тоже равно атмосферному)

$$\rho g h \approx \frac{\rho v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow q = Sv_0 = 0{,}5\ \text{л/с}.$$

Объем 3 кг воды – примерно 3 л, так что искомое время равно 6 с.

3. На дне бассейна лежит деревянный куб с длиной ребра a = 10 см. К центру одной грани куба прикреплен конец тонкой невесомой пружины (действующими на нее силами тяжести и Архимеда можно пренебречь), жесткость которой k = 40 Н/м, а длина в недеформированном состоянии равна 52 см. Второй конец пружины закреплен на дне бассейна. Куб лежит на дне ровно, но, когда в бассейн начинают медленно наливать воду, она потихоньку проникает под куб. Когда уровень воды в бассейне достиг h = 8 см, куб оторвался от его дна.



3.1. Найдите плотность дерева, из которого изготовлен этот куб. Ответ запишите в г/см^3, с точностью до десятых.

3.2. При каком уровне воды в бассейне пружина полностью расправится, не еще не натянется? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

3.3. При каком минимальном уровне воды в бассейне куб целиком скроется под водой? Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение: Момент отрыва куба от дна бассейна соответствует моменту, когда растущая величина силы Архимеда достигает величины силы тяжести, действующей на куб (соответственно куб перестает давить на дно бассейна): если ρ_0 – плотность воды, а ρ – плотность дерева, из которого сделан куб, то $\rho_0 a^2 h g = \rho a^3 g \Rightarrow \rho = \frac{h}{a}\rho_0 = 0{,}8$ г/см^3.

Когда пружина «полностью расправилась, не еще не натянулась», силу ее упругости можно считать равной нулю, и сила Архимеда по-прежнему уравновешивает силу тяжести куба. Значит, куб по-прежнему погружен в воду на 8 см, и поверхность воды находится на 8 см выше конца пружины. Значит, $H = l_0 + h = 60$ см.

Куб скрывается под водой, когда уровень воды на 10 см выше конца пружины, и при этом сила Архимеда уравновешивает сумму сил тяжести и упругости пружины:

$$\rho_0 a^3 g = \rho a^3 g + k(H' - a - l_0) \Rightarrow H' = l_0 + a\left[1 + \frac{(\rho_0 - \rho)a^2 g}{k}\right] = 67\ \text{см}.$$

4. В калориметре находилось $M_0 = 320$ г воды. В него насыпали $m = 80$ г мокрого снега, состоящего на 40% из кристалликов льда и 60% жидкой воды, находящихся в равновесии.

4.1. Чему равнялась температура мокрого снега? Ответ запишите в °С.

После установления равновесия температура содержимого калориметра оказалась равна $t_1 = 42{,}0°C$.

4.2. Какова была начальная температура воды в калориметре? Теплоемкостью калориметра пренебречь. Считайте, что удельная теплота плавления льда в добавляемой порции λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С).Ответ запишите в °С с точностью до десятых.

4.3. Сколько <u>еще</u> таких же порций нужно добавить, чтобы последняя добавленная порция растаяла не полностью?

Возможное решение: По определению шкалы температур Цельсия, температура, при которой находятся в равновесии жидкая вода и лед при нормальном атмосферном давлении, равна 0°С.

Обозначим начальную температуру воды в калориметре t_0 и запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия после засыпания в калориметр одной порции снега (поскольку конечная температура выше 0°С, то весь лед полностью растаял):

$$\lambda \cdot 0{,}4m + cm(t_1 - 0) = cM_0(t_0 - t_1) \Rightarrow t_0 = \left(1 + \frac{m}{M_0}\right) t_1 + \frac{2m}{5M_0}\frac{\lambda}{c} = 60{,}5°\text{C}.$$

Следующие n порций мокрого снега мы добавляем к M_1 = 400 г воды с температурой $t_1 = 42{,}0°C$.

Уравнение теплового баланса для установления равновесия в этом случае

$$\lambda \cdot 0{,}4nm + cnm(t_n - 0) = cM_1(t_1 - t_n) \Rightarrow t_n\left(1 + n\frac{m}{M_1}\right) = t_1 - n\frac{2m}{5M_1}\frac{\lambda}{c}.$$

Если n-я порция растаяла полностью, то эта формула дает допустимое значение конечной температуры жидкой воды, то есть $t_n \geq 0$. Это условие приводит к ограничению $n \leq \frac{5cM_1t_1}{2\lambda m} = \frac{105}{16}$.

Как видно, первое значение n, при котором это условие нарушается (то есть лед тает не полностью) – это n = 7.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	**2345**	**3**
	345	**2**
	45 или 35 или 34	**1**
1.2	**0,4**	**3**
	0,3 или 0,5	**1**
1.3	**0,6**	**4**
	0,5 или 0,7	**2**
	0,4 или 0,8	**1**
1.4	**306**	**5**
2.1	**2,4**	**2**
2.2	**2,4**	**4**
	2,2 или 2,3 или 2,5 или 2,6	**1**
2.3	**6**	**4**
	5 или 7	**2**

3.1	**0,8**	**4**
	0,7 или 0,9	**1**
3.2	**60**	**5**
	58 или 59 или 61 или 62	**3**
3.3	**67**	**6**
	65 или 66 или 68 или 69	**3**
	63 или 65 или 70 или 71	**1**
4.1	**0**	**2**
4.2	**60,5**	**4**
	60,3 или 60,4 или 60,6 или 60,7	**2**
	60,1 или 60,2 или 60,8 или 60,9	**1**
4.3	**7**	**4**
	6 или 8	**2**
Максимальная оценка		**50**