ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2023-2024 года, вопросы по физике.

11 класс: возможные решения и критерии.

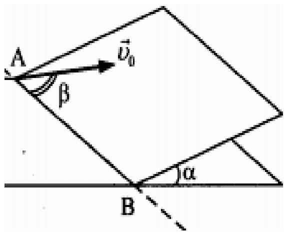
Вариант 4 (11 классы)

1. Плоскость наклонена под углом α = 30° к горизонту. На нее аккуратно кладут небольшую шайбу.

1.1. При какой минимальной величине коэффициента трения μ возможно, чтобы шайба осталась неподвижно лежать на плоскости? Ответ запишите с точностью до сотых.

Пусть $\mu = (\sqrt{3}/2) \approx 0{,}866$. Шайбу запустили вверх вдоль плоскости (против линии «падения воды») со скоростью v_0 = 3,0 м/с.

1.2. Найдите путь шайбы до остановки. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2. Ответ запишите в см с точностью до целого значения.



В следующий раз ту же шайбу запустили на той же плоскости с той же скорости, но с отклонением от линии падения воды, причем выбрали угол отклонения β таким образом, что она остановилась в точности на той же горизонтали, с которой стартовала.

1.3. Найдите путь шайбы до остановки. Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

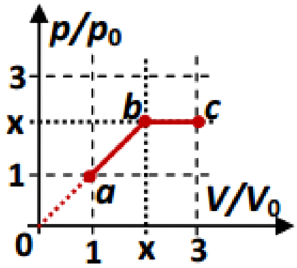
Возможное решение: Покой тела на шероховатой наклонной плоскости возможен, если $\mu \geq \text{tg}(\alpha)$, и в нашем случае $\mu_{\min} = \text{tg}(\alpha) \approx 0{,}58$.

При запуске «против линии падения воды» шайба тормозится и соответствующей компонентой силы тяжести $mg\cdot\sin(\alpha)$, и силой трения скольжения, равной $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cdot\cos(\alpha)$, поэтому ее ускорение в проекции на линию движения $a = -g[\sin(\alpha)+\mu\cdot\cos(\alpha)]$. Поэтому тормозной путь шайбы в этом случае $s_1 = \dfrac{v_0^2}{2|a|} = \dfrac{v_0^2}{2g[\sin(\alpha)+\mu\cdot\cos(\alpha)]} = \dfrac{2v_0^2}{5g} \approx 36$ см.

Шайба останавливается в тот момент, когда она теряет всю свою начальную кинетическую энергию за счет работы внешних сил. Так как в данном случае остановка произошла на одной горизонтали с точкой старта, то работа силы тяжести над шайбой равна нулю, и убыль кинетической энергии связана только с работой силы трения скольжения, которая отрицательна и равна взятому со знаком «минус» произведению постоянного модуля этой силы на величину пройденного пути. Таким образом:

$$\mu mg\cdot\cos(\alpha)\cdot s_2 = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow s_2 = \frac{v_0^2}{2\mu g\cdot\cos(\alpha)} = \frac{2v_0^2}{3g} \approx 60\,\text{см}.$$

2. Над идеальным одноатомным газом производят процесс a-b-c, диаграмма которого в координатах давление-объем (в относительных единицах, с некоторыми постоянными p_0 и V_0) показана на рисунке: в части ab давление растет пропорционально объему, а в части bc остается постоянным. Переменная x, задающая положение точки b, принимает значения $1 \leq x \leq 3$. Пусть A – работа, совершенная газом в этом процессе, а Q – подведенное к газу количество теплоты. Изучите зависимость величины $\eta \equiv A/Q$ (это доля подведенного тепла, преобразованная в работу газа) от переменной x и ответьте на вопросы:



2.1. Как видно, при x = 1 весь процесс становится изобарным процессом. Чему равно $\eta(1)$? Ответ запишите в процентах с точностью до целого значения.

2.2. Чему равно $\eta(3)$?

2.3. При каком значении x доля подведенного тепла, преобразованная в работу газа, составляет 37 %? Ответ запишите с точностью до десятых.

Возможное решение: В изобарном процессе для одноатомного идеального газа произведенная работа $A = p \cdot \Delta V$, а изменение внутренней энергии газа $\Delta U = \Delta\left(\frac{3}{2}pV\right) = \frac{3}{2}p \cdot \Delta V$. Поэтому $Q = A + \Delta U = \frac{5}{2}p \cdot \Delta V$, и $\eta \equiv \frac{A}{Q} = \frac{2}{5}$. Значит, $\eta(1)$ = 40 %.

При x = 3 весь процесс описывается выражением $p(V) = p_0\frac{V}{V_0} \equiv k \cdot V$. Теперь работа вычисляется как площадь трапеции $A_{12} = \frac{k(V_1+V_2)}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \frac{k}{2}(V_2^2 - V_1^2)$, а изменение внутренней энергии $\Delta U = \Delta\left(\frac{3}{2}pV\right) = \frac{3k}{2}(V_2^2 - V_1^2) = 3A_{12}$. Значит, $Q_{12} = 4A_{12} \Rightarrow \eta(3) = \frac{1}{4} = 25$ %.

При произвольном значении x

$$A_{123} = p_0V_0\left[\frac{1+x}{2}(x-1) + x(3-x)\right] = \frac{p_0V_0}{2}(6x - 1 - x^2),$$

а

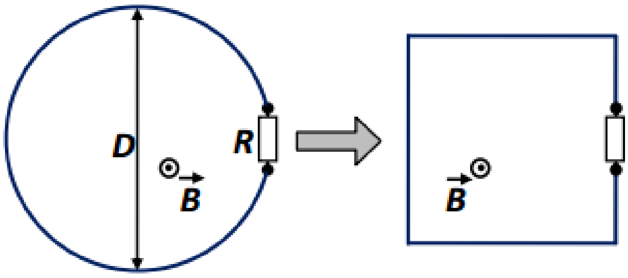
$$\Delta U = \frac{3}{2}p_0V_0(3x-1) \Rightarrow Q = \frac{p_0V_0}{2}(15x - 4 - x^2).$$

Следовательно, $\eta(x) = \frac{6x-1-x^2}{15x-4-x^2}$. Значит, $\eta(x) = 0{,}37$ при x, равном корню уравнения

$$x^2 - \frac{5}{7}x - \frac{16}{21} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{14}\left(5 + \sqrt{\frac{523}{3}}\right) \approx 1{,}300.$$

3. Резистор с сопротивлением R = 3,14 Ом закреплен на горизонтальной поверхности. К его выводам подключены концы длинного гибкого провода, сопротивление которого в точности равняется сопротивлению резистора. Проводу придали форму круга с диаметром D = 2 м и включили в области его размещения постоянное однородное магнитное поле с индукцией B = 20 мТл.

3.1. Найдите магнитный поток через контур, образованный проводом в виде круга и резистором. Размерами резистора можно пренебречь по сравнению с диаметром провода. Ответ запишите в мВб с точностью до целого значения.



Не изменяя магнитного поля, форму провода изменили на квадратную (см. рисунок).

3.2. Посчитайте, на сколько уменьшилась площадь контура при таком изменении его формы. Ответ запишите в м^2 с точностью до тысячных.

3.3. Найдите величину заряда, протекшего через резистор за время изменения формы контура. Ответ запишите в мКл с точностью до сотых.

Возможное решение: По рисунку замечаем, что вектор индукции магнитного поля перпендикулярен плоскости контура, поэтому величина магнитного потока $\Phi = B \cdot \frac{\pi D^2}{4} \approx 63$ мВб.

Так как длина провода не изменилась, сторона квадрата равна $a = \frac{\pi D}{4}$, и уменьшение площади контура $\Delta S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi^2 D^2}{16} = \frac{\pi D^2}{4}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx 0{,}674$ м^2.

Полное сопротивление контура из провода с резистором равно $2R$. Поскольку движение элементов провода явно сильно медленнее движения электронов проводимости в контуре, то, пренебрегая индуктивностью контура, можно считать, что в каждом малом интервале времени dt силу тока в контуре можно определять через мгновенное значение ЭДС индукции $I = \frac{1}{2R}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{B}{2R}\frac{dS}{dt}$. Следовательно, за этот интервал времени через резистор протекает заряд $dq = I \cdot dt = \frac{B}{2R}dS$. Суммируя эти величины за все время изменения формы контура, находим:

$$\Delta q = \frac{B\Delta S}{2R} = \frac{\pi B D^2}{8R}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx 2{,}15 \text{ мКл}.$$

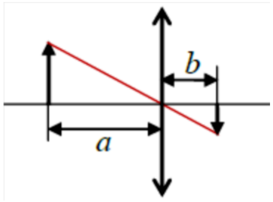
4. Небольшой светодиод (который в рамках этой задачи можно считать почти точечным источником света) размещен на главной оптической оси (ГОО) тонкой собирающей линзы на расстоянии a = 1,5 м от линзы. Четкое изображение светодиода получено на экране, установленном на расстоянии b = 0,75 м от линзы.

4.1. Найдите оптическую силу линзы. Ответ запишите в диоптриях, с точностью до целого значения.

4.2. Определите поперечное увеличение наблюдаемого изображения (поперечное увеличение – отношение поперечного по отношении к ГОО линзы размера изображения к поперечному размеру предмета). Ответ запишите с точностью до десятых.

Светодиод начинают отодвигать от линзы со скоростью 2,4 м/с вдоль ГОО линзы.

4.3. Найдите скорость, с которой начинает двигаться изображение. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.



Возможное решение: По формуле тонкой линзы $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = +2$ дптр.

С учетом правил построения изображений в тонких линзах замечаем, что поперечное увеличение (с учетом подобия треугольников на рисунке) равно отношению расстояния от линзы до изображения и расстояния от линзы до предмета: $|\Gamma_\perp| = \left|\frac{b}{a}\right| = 0{,}5$.

Светодиод за малое время dt смещается на расстояние $v{\cdot}dt$ от линзы. Тогда изображение сдвигается к линзе на расстояние $u{\cdot}dt$. Используя формулу линзы для новых расстояний, получаем:

$$D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a + v \cdot dt} + \frac{1}{b - u \cdot dt} \Rightarrow \frac{u \cdot dt}{b^2} - \frac{v \cdot dt}{a^2} = 0 \Rightarrow u = \left(\frac{b}{a}\right)^2 v = 0{,}6 \text{ м/с}.$$

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	**0,58**	**3**
	0,57	**2**
	0,56 или 0,58	**1**
1.2	**36**	**5**
	35 или 37	**3**
	34 или 38	**1**
1.3	**60**	**7**
	59 или 61	**4**
	58 или 62	**2**
2.1	**40**	**3**
2.2	**25**	**3**
2.3	**1,3**	**4**
	1,2 или 1,4	**2**
3.1	**63**	**4**
	62 или 64	**1**
3.2	**0,674**	**3**
	0,672 или 0,673 или 0,675 или 0,676	**2**

3.3	**2,15**	**8**
	2,13 или 2,14 или 2,16 или 2,17	**5**
	4,29 или 4,30	**3**
4.1	**2**	**2**
	1,5 или 2,5	**1**
4.2	**0,5**	**4**
	0,4 или 0,6	**2**
	2,0 или 2	**1**
4.3	**0,6**	**4**
	1,2	**2**
Максимальная оценка		**50**

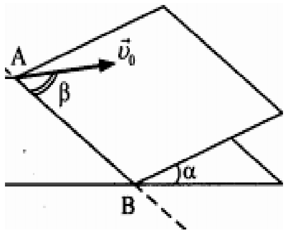
Вариант 8 (11 классы)

1. Плоскость наклонена под углом $\alpha = \arcsin(0,6) \approx 36,9^\circ$ к горизонту. На нее аккуратно кладут небольшую шайбу.

1.1. При какой минимальной величине коэффициента трения μ возможно, чтобы шайба осталась неподвижно лежать на плоскости? Ответ запишите с точностью до сотых.

Пусть $\mu = 0,85$. Шайбу запустили вверх вдоль плоскости (против линии «падения воды») со скоростью $v_0 = 3,2$ м/с.

1.2. Найдите путь шайбы до остановки. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 м/с^2. Ответ запишите в см с точностью до целого значения.



В следующий раз ту же шайбу запустили на той же плоскости с той же скорости, но с отклонением от линии падения воды, причем выбрали угол отклонения β таким образом, что она остановилась в точности на той же горизонтали, с которой стартовала.

1.3. Найдите путь шайбы до остановки. Ответ запишите в см с точностью до целого значения.

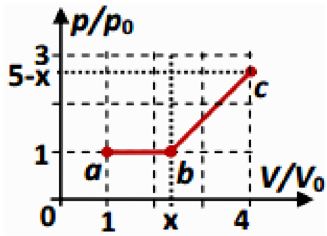
Возможное решение: Покой тела на шероховатой наклонной плоскости возможен, если $\mu \geq \mathrm{tg}(\alpha)$, и в нашем случае $\mu_{\min} = \mathrm{tg}(\alpha) \approx 0,75$.

При запуске «против линии падения воды» шайба тормозится и соответствующей компонентой силы тяжести $mg\cdot\sin(\alpha)$, и силой трения скольжения, равной $F_{mp} = \mu N = \mu mg\cdot\cos(\alpha)$, поэтому ее ускорение в проекции на линию движения $a = -g[\sin(\alpha)+\mu\cdot\cos(\alpha)]$. Поэтому тормозной путь шайбы в этом случае $s_1 = \dfrac{v_0^2}{2|a|} = \dfrac{v_0^2}{2g[\sin(\alpha)+\mu\cdot\cos(\alpha)]} = 40$ см.

Шайба останавливается в тот момент, когда она теряет всю свою начальную кинетическую энергию за счет работы внешних сил. Так как в данном случае остановка произошла на одной горизонтали с точкой старта, то работа силы тяжести над шайбой равна нулю, и убыль кинетической энергии связана только с работой силы трения скольжения, которая отрицательна и равна взятому со знаком «минус» произведению постоянного модуля этой силы на величину пройденного пути. Таким образом:

$$\mu mg\cdot\cos(\alpha)\cdot s_2 = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow s_2 = \frac{v_0^2}{2\mu g\cdot\cos(\alpha)} \approx 75 \text{см}.$$

2. Над идеальным одноатомным газом производят процесс *a-b-c*, диаграмма которого в координатах давление-объем (в относительных единицах, с некоторыми постоянными p_0 и V_0) показана на рисунке. Переменная *x*, задающая положение точки b, принимает значения $1 \le x \le 4$. Пусть A – работа, совершенная газом в этом процессе, а Q – подведенное к газу количество теплоты. Изучите зависимость величины $\eta \equiv A/Q$ (это доля подведенного тепла, преобразованная в работу газа) от переменной *x* и ответьте на вопросы:



2.1. Как видно, при *x* = 4 весь процесс становится изобарным процессом. Чему равно $\eta(4)$? Ответ запишите в процентах с точностью до целого значения.

2.2. Чему равно $\eta(1)$?

2.3. При каком значении *x* доля подведенного тепла, преобразованная в работу газа, составляет 31 %? Ответ запишите с точностью до десятых.

Возможное решение: В изобарном процессе для одноатомного идеального газа произведенная работа $A = p \cdot \Delta V$, а изменение внутренней энергии газа $\Delta U = \Delta\left(\frac{3}{2}pV\right) = \frac{3}{2}p \cdot \Delta V$. Поэтому $Q = A + \Delta U = \frac{5}{2}p \cdot \Delta V$, и $\eta \equiv \frac{A}{Q} = \frac{2}{5}$. Значит, $\eta(4) = 40$ %.

При *x* = 1 весь процесс описывается выражением $p(V) = p_0 \frac{V}{V_0} \equiv k \cdot V$. Теперь работа вычисляется как площадь трапеции $A_{12} = \frac{k(V_1+V_2)}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \frac{k}{2}(V_2^2 - V_1^2)$, а изменение внутренней энергии $\Delta U = \Delta\left(\frac{3}{2}pV\right) = \frac{3k}{2}(V_2^2 - V_1^2) = 3A_{12}$. Значит, $Q_{12} = 4A_{12} \Rightarrow \eta(1) = \frac{1}{4} = 25$ %.

При произвольном значении *x*

$$A_{123} = p_0V_0\left[x - 1 + \frac{6-x}{2}(4-x)\right] = \frac{p_0V_0}{2}(22 - 8x + x^2),$$

а

$$\Delta U = \frac{3}{2}p_0V_0(19 - 4x) \Rightarrow Q = \frac{p_0V_0}{2}(79 - 20x + x^2).$$

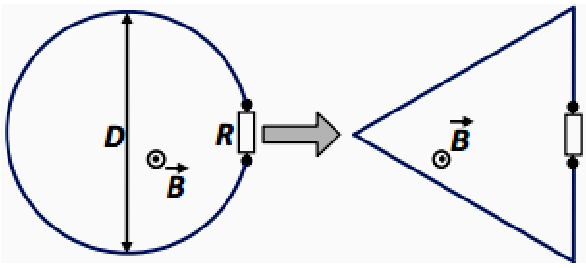
Следовательно, $\eta(x) = \frac{22-8x+x^2}{79-20x+x^2}$. Значит, $\eta(x) = 0{,}31$ при *x*, равном корню уравнения

$$x^2 - \frac{60}{23}x - \frac{83}{23} = 0 \Rightarrow x = \frac{83}{23} \approx 3{,}609.$$

3. Резистор с сопротивлением *R* = 6,28 Ом закреплен на горизонтальной поверхности. К его выводам подключены концы длинного гибкого провода, сопротивление которого в 2 раза больше сопротивления резистора. Проводу придали форму круга с диаметром *D* = 1 м и включили в области его размещения постоянное однородное магнитное поле с индукцией *B* = 40 мТл.

3.1. Найдите магнитный поток через контур, образованный проводом в виде круга и резистором. Размерами резистора можно пренебречь по сравнению с диаметром провода. Ответ запишите в мВб с точностью до целого значения.

Не изменяя магнитного поля, форму провода изменили на форму равностороннего треугольника (см. рисунок).



3.2. Посчитайте, на сколько уменьшилась площадь контура при таком изменении его формы. Ответ запишите в м^2 с точностью до сотых.

3.3. Найдите величину заряда, протекшего через резистор за время изменения формы контура. Ответ запишите в мКл с точностью до сотых.

Возможное решение: По рисунку замечаем, что вектор индукции магнитного поля перпендикулярен плоскости контура, поэтому величина магнитного потока $\Phi = B \cdot \frac{\pi D^2}{4} \approx 31$ мВб.

Так как длина провода не изменилась, сторона треугольника равна $a = \frac{\pi D}{3}$, и уменьшение площади контура $\Delta S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi^2 D^2}{12\sqrt{3}} = \frac{\pi D^2}{4}\left(1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right) \approx 0{,}31$ м^2.

Полное сопротивление контура из провода с резистором равно $3R$. Поскольку движение элементов провода явно сильно медленнее движения электронов проводимости в контуре, то, пренебрегая индуктивностью контура, можно считать, что в каждом малом интервале времени dt силу тока в контуре можно определять через мгновенное значение ЭДС индукции $I = \frac{1}{3R}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{B}{3R}\frac{dS}{dt}$. Следовательно, за этот интервал времени через резистор протекает заряд $dq = I \cdot dt = \frac{B}{3R}dS$. Суммируя эти величины за все время изменения формы контура, находим:

$$\Delta q = \frac{B\Delta S}{3R} = \frac{\pi B D^2}{12R}\left(1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right) \approx 0{,}66 \text{ мКл}.$$

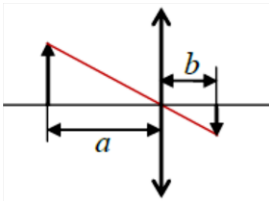
4. Небольшой светодиод (который в рамках этой задачи можно считать почти точечным источником света) размещен на главной оптической оси (ГОО) тонкой собирающей линзы на расстоянии a = 90 см от линзы. Четкое изображение светодиода получено на экране, установленном на расстоянии b = 72 см от линзы.

4.1. Найдите оптическую силу линзы. Ответ запишите в диоптриях, с точностью до десятых.

4.2. Определите поперечное увеличение наблюдаемого изображения (поперечное увеличение – отношение поперечного по отношении к ГОО линзы размера изображения к поперечному размеру предмета). Ответ запишите с точностью до десятых.

Светодиод начинают отодвигать от линзы со скоростью 2,5 м/с вдоль ГОО линзы.

4.3. Найдите скорость, с которой начинает двигаться изображение. Ответ запишите в м/с с точностью до десятых.



Возможное решение: По формуле тонкой линзы $D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = +2{,}5$ дптр.

С учетом правил построения изображений в тонких линзах замечаем, что поперечное увеличение (с учетом подобия треугольников на рисунке) равно отношению расстояния от линзы до изображения и расстояния от линзы до предмета: $|\Gamma_\perp| = \left|\frac{b}{a}\right| = 0{,}8$.

Светодиод за малое время dt смещается на расстояние $v{\cdot}dt$ от линзы. Тогда изображение сдвигается к линзе на расстояние $u{\cdot}dt$. Используя формулу линзы для новых расстояний, получаем:

$$D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a + v \cdot dt} + \frac{1}{b - u \cdot dt} \Rightarrow \frac{u \cdot dt}{b^2} - \frac{v \cdot dt}{a^2} = 0 \Rightarrow u = \left(\frac{b}{a}\right)^2 v = 1{,}6 \text{ м/с}.$$

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ (для автоматической проверки):

вопрос	ответ участника	балл
1.1	**0,75**	**3**
	0,76	**2**
	0,74 или 0,77	**1**
1.2	**40**	**5**
	39 или 41	**3**
	38 или 42	**1**
1.3	**75**	**7**
	74 или 76	**4**
	73 или 77	**2**
2.1	**40**	**3**
2.2	**25**	**3**
2.3	**3,6**	**4**

	3,5 или 3,7	**2**
3.1	**31**	**4**
	30 или 32	**1**
3.2	**0,31**	**3**
	0,30 или 0,32	**2**
3.3	**0,66**	**8**
	0,64 или 0,65 или 0,67 или 0,68	**5**
	1,97 или 1,98	**3**
4.1	**2,5**	**2**
	2,3 или 2,4 или 2,6 или 2,7	**1**
4.2	**0,8**	**4**
	0,7 или 0,9	**2**
	2,0 или 2	**1**
4.3	**1,6**	**4**
	3,2	**2**
Максимальная оценка		**50**