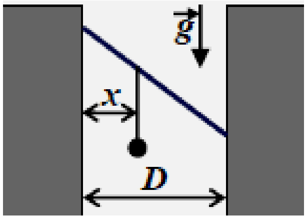
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2024 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
БИЛЕТ № 07 (9 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

Задание 1:
Вопрос: Однородный стержень длины L подвешен горизонтально на трех одинаковых легких практически нерастяжимых нитях, одна из которых («первая») прикреплена к стержню на расстоянии $L/4$ от его левого конца, вторая прикреплена к середине стержня, а третья – на расстоянии $L/3$ от правого конца. В состоянии равновесия все три нити практически вертикальны. Во сколько раз отличаются силы натяжения третьей и первой нити в этом состоянии?



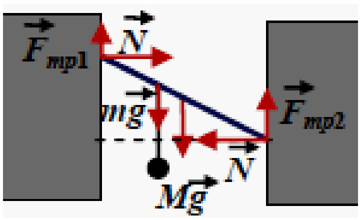
Задача: В зазоре шириной D = 60 см между двумя вертикальными поверхностями из твердого пластика «заклинили» однородный металлический стержень длиной L = 75 см, расположив его в вертикальной плоскости. К стержню необходимо подвесить на легкой нити груз с массой, равной половине массы стержня. Известно, что деформации стенок зазора и стержня можно считать малыми, а деформации стержня – практически продольными (то есть стержень не изгибается, и сила упругости направлена вдоль его оси). Величина этой силы в k = 10/3 раза больше действующей на стержень силы тяжести. Коэффициент трения между концами стержня с стенками зазора можно считать очень близким к 1. На каком расстоянии x от «правой» (по рисунку) стенки зазора должна находиться точка прикрепления нити, чтобы после подвешивания груза стержень удержался в зазоре?

Ответ на вопрос: В состоянии равновесия сумма моментов действующих на стержень сил равна нулю. Если записывать его относительно центра масс стержня (так как стержень однороден, то он совпадает с его серединой), то в это уравнение не войдут сила тяжести и сила натяжения второй нити, имеющие нулевые плечи относительно этой точки. Из условие ясно, что плечи сил натяжения первой и третьей нити равны $L/4$ и $L/6$ соответственно. Потому условие моментов дает: $T_1\dfrac{L}{4}=T_3\dfrac{L}{6}\Rightarrow T_3=1{,}5\cdot T_1$. Итак, сила натяжения третьей в полтора раза больше силы натяжения первой нити.

Критерии проверки:

Указано, что суммарный момент сил равен нулю	**1**
Правильно записаны следующие из условий равновесия уравнения, позволяющие найти искомое отношение сил натяжения	**3**
Эти уравнения сведены к одному уравнению для связи T_1 и T_3 (если уравнение моментов записано относительно ЦМ стержня, и одного этого уравнения хватает для анализа этой связи, то эти баллы ставятся автоматически)	**3**
Дан правильный ответ	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Стержень покоится под действием силы тяжести, силы натяжения нити (равной весу груза) и сил, действующих со стороны стенок зазора. Угол наклона стержня к горизонтали



определяется из условия $\cos(\alpha)=\dfrac{D}{L}=\dfrac{4}{5}$. Это означает, что $\sin(\alpha)=\dfrac{3}{5}$ и $\mathrm{tg}(\alpha)=\dfrac{3}{4}$. Кроме того, ясно, что силы нормальных реакций стенок уравновешивают перпендикулярную стенкам составляющую силы упругости стержня $N=F\cdot\cos(\alpha)$. Условие равновесия сил в проекции на вертикальную ось дает $F_{mp1}+F_{mp2}=(M+m)g=\dfrac{3}{2}Mg$, а правило моментов приводит к уравнению $N\cdot D\cdot\mathrm{tg}(\alpha)+Mg\dfrac{D}{2}+\dfrac{M}{2}g\cdot x-F_{mp2}D=0$, из которого находим

$$F_{mp2}=F\cdot\sin(\alpha)+\frac{Mg}{2}\left(1+\frac{x}{D}\right)\text{ и }F_{mp1}=\frac{Mg}{2}\left(2-\frac{x}{D}\right)-F\cdot\sin(\alpha).$$

Ограничения на величину силы трения $|F_{тр}| \le \mu N = \mu F \cdot \cos(\alpha) \approx \frac{8}{3}Mg$ является более жестким для силы трения, действующей на нижний конец стержня:

$$2Mg + \frac{Mg}{2}\left(1 + \frac{x}{D}\right) \le \frac{8}{3}Mg \Rightarrow x \le \frac{1}{3}D.$$

Ответ: точка подвеса груза должна находиться не далее трети ширины зазора от левой стенки.

Критерии проверки:

Определено значение угла наклона стержня (через тригонометрические функции)	**1**
Указано (используется в решении), что силы нормальной реакции $N = F \cdot \cos(\alpha)$	**2**
Правильно записано условие равновесия сил в проекции на вертикальную ось	**2**
Правильно записано уравнение условия равновесия моментов	**3**
Определено (используется в решении), что из условий на величину силы трения более жестким является для силы трения, действующей на нижний конец стержня	**2**
Записано правильное уравнение этого условия	**2**
Из условия на величину силы трения определяется ограничение на *x*	**1**
Получен правильный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**

Задание 2:

Вопрос: Можно ли сделать так, что вода при температуре – 2°С была в жидком состоянии? Предложите хотя бы один способ и приведите аргументы, доказывающие возможность его практической реализации.

Задача: Утрамбованный мокрый снег состоит только из жидкой воды и ледяных кристаллов, находящихся в равновесии (в «рыхлом» могут быть также пузырьки воздуха). Пусть у нас в закрытой кастрюле есть 1 литр утрамбованного мокрого снега при нормальном атмосферном давлении. Масса этого снега равна M = 950 г. Какое минимальное количество теплоты необходимо для нагрева этой порции вещества до 50°С? Считайте, что удельная теплоемкость воды равна c = 4,2 Дж/(г·°С), удельная теплота плавления льда λ = 340 Дж/г, плотность жидкой воды ρ_0 = 1 г/см^3, плотность льда ρ = 0,9 г/см^3.

Ответ на вопрос: Да, это возможно. Наиболее часто используемый способ – «посолить» воду. Ионы растворенной соли изменяют связи между молекулами воды и вместе с ними изменяют температуру замерзания. В качестве аргументов, доказывающих возможность практической реализации метода, можно упомянуть широкое применение антиобледенителей на дорогах и в авиации, или известный опыт с примерзанием кастрюли, в которой размешивали соль с мокрым снегом. Можно также изменить внешнее давление, но этот способ гораздо сложнее с точки зрения реализации.

Критерии проверки:

Утверждается возможность выполнения такого «задания»	**2**
Приведен конкретный пример	**4**
Приведен аргументация свой точки зрения.	**4**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Поскольку в начальной смеси вода и лед находились в равновесии при нормальном атмосферном давлении, то температура смеси равнялась 0°С. В процессе утрамбовывания мокрого снега из него вытеснили воздух, и осталась смесь воды (массой m) и ледяных кристаллов (массой $M - m$). Поэтому $V = \frac{M-m}{\rho} + \frac{m}{\rho_0}$. Выражаем из этого соотношения массу воды: $m = \frac{\rho_0}{\rho_0 - \rho}\left(M - \rho V\right) = 500$ г и массу льда $M - m = \frac{\rho}{\rho_0 - \rho}\left(\rho_0 V - M\right) = 450$ г. Для нагрева смеси до 50°С нужно расплавить весь лед и нагреть всю воду до этой температуры. Для этого потребуется количество теплоты $Q = \frac{\lambda\rho}{\rho_0 - \rho}\left(\rho_0 V - M\right) + cM(t - t_0) \approx 352{,}5$ кДж.

Ответ: $Q = \frac{\lambda\rho}{\rho_0 - \rho}\left(\rho_0 V - M\right) + cM(t - t_0) \approx 352{,}5$ кДж.

Критерии проверки:

Указано (используется в решении), что начальная температура равна 0°C	**1**
Указано (используется в решении), что объем утрамбованного снега равен сумме объемов воды и льда	**2**
Записано два независимых уравнения для определения масс воды и льда в смеси	**1+1=2**
Найдены массы воды и льда в смеси	**2+2=4**
Указано (используется в решении), что в процессе нагрева лед необходимо полностью растопить	**1**
Правильно записано уравнение ТБ для нагрева смеси до нужной температуры	**3**
Получен правильный численный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**

Задание 3:

Вопрос: Как максимальная скорость, до которой может разогнаться автомобиль по горизонтальной дороге, зависит от максимальной полезной мощности его двигателя, если его колеса при движении с этой скоростью не проскальзывают, а величина действующей на него силы сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости автомобиля относительно дороги (ветра нет)? Ответ объяснить.

Задача: Полноприводной автомобиль с нейтральным аэродинамическим профилем (при его движении обтекающий поток воздуха не создает ни прижимной, ни подъемной силы) разгоняется по прямой горизонтальной дороге. При первом разгоне мощность, передаваемая двигателем на валы ведущих колес, плавна роста, достигая значения 25 кВт. При этом максимальная скорость, достигнутая при достаточно длительном разгоне, составила 80 км/час. Во время второго разгона мощность росла до 43,2 кВт, и максимальная скорость возросла до 96 км/час. В третий раз, при максимальной мощности 53 кВт, максимальная скорость стала равна 99 км/час. Известно, что величина действующей на автомобиль силы сопротивления воздуха растет пропорционально квадрату его скорости. Какой станет максимальная скорость автомобиля при увеличении мощности до 60 кВт? Для последнего значения мощности найдите (в процентах) КПД использования работы двигателя при движении с максимальной скоростью (то есть долю мощности, расходуемую на компенсацию потерь, связанных с силой сопротивления воздуха).

Ответ на вопрос: Если колеса не проскальзывают, то вся работа двигателя в режиме движения с максимальной установившейся скоростью идет на компенсацию потерь, связанных с работой силы сопротивления воздуха F_C (величина которой по условию может быть записана в виде $F_C = k \cdot v^2$). Значит, $P \cdot \Delta t = F_C \cdot \Delta s = k \cdot v^2 \cdot v \cdot \Delta t \Rightarrow P = k \cdot v^3$. Если аэродинамика кузова автомобиля неизменна, то при увеличении максимальной мощности будет расти и максимальная скорость – пропорционально корню кубическому из мощности.

Критерии проверки:

Указано, что в отсутствие проскальзывания вся работа двигателя в режиме движения с максимальной установившейся скоростью идет на компенсацию потерь, связанных с работой силы сопротивления воздуха	**3**
На базе условия указано, что $F_C = k \cdot v^2$	**2**
Показано, что $P = k \cdot v^3$	**3**
Сделан правильный итоговый вывод	**2**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Пока колеса не проскальзывают, скорость должна расти пропорционально корню кубическому из мощности. Проверим это:

$$\frac{43{,}2}{25} = 1{,}728 = (1{,}2)^3 = \left(\frac{96}{80}\right)^3, \text{ но } \frac{53}{25} = 2{,}52 \neq \left(\frac{99}{80}\right)^3.$$

Значит, при первых двух значениях мощности при движении с максимальной скоростью колеса не проскальзывали, а при третьем уже проскальзывали. При движении в режиме проскальзывания колес максимальная скорость определяется балансом сил: $\mu mg = k \cdot v^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{\mu mg}{k}}$, и не зависит от мощности. Поэтому при следующем значении мощности (60 кВт) максимальная скорость останется прежней, то есть равной v_c = 99 км/час.

Найдем мощность P_c, при которой произошел переход из режима движения без проскальзывания колес в режим с проскальзыванием. Эта мощность определяется из уравнения $\frac{P_c}{P_1} = \left(\frac{v_c}{v_1}\right)^3 \Rightarrow P_c = \left(\frac{99}{80}\right)^3 P_1 \approx 47{,}38$ кВт. Так как при росте расходуемой мощности скорость расти не будет, то и мощность, расходуемая на компенсацию потерь, связанных с силой сопротивления воздуха, меняться не будет. Поэтому искомая доля $\eta = \frac{P_c}{P} \approx 0{,}79$.

Ответ: при P = 60 кВт максимальная скорость 99 км/час, и доля мощности, расходуемая на компенсацию потерь, связанных с силой сопротивления воздуха, равна примерно 79 %.

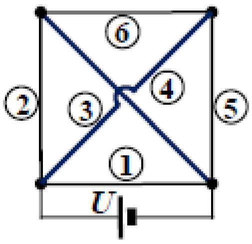
Критерии проверки:

Установлено, что при первых двух значениях мощности при движении с максимальной скоростью колеса не проскальзывали	**3**
Обнаружено, что при третьем значении мощности колеса уже проскальзывали	**2**
Сделан вывод, что максимальная скорость останется прежней, то есть равной v_c = 99 км/час	**2**
Определена «точка перехода» между режимами (P_c)	**3**
Указано, что при повышении мощности за «точку перехода» мощность, расходуемая на компенсацию потерь, связанных с силой сопротивления воздуха, меняться не будет	**3**
Получен правильный ответ для η	**2**
ВСЕГО	**15**

Задание 4:

Вопрос: У двух ламп одинаковые номинальные мощности, но при этом номинальное напряжение у первой в два раза больше, чем у второй. Во сколько раз отличаются сопротивления ламп при работе каждой в своем номинальном режиме?

Задача: Школьники решили к праздничному вечеру украсить квадратный зал гирляндами из 140 ламп. По плану нужно было соединить 6 гирлянд: четыре – по 20 ламп – по периметру зала и две – по 30 ламп – по его диагоналям. Питание всех гирлянд нужно было сделать от одного источника, который при любой нагрузке создавал на своих клеммах напряжение U = 96 В (по схеме, показанной на рисунке). При этом важно было добиться, чтобы все 140 ламп светили одинаково. В распоряжении школьников было много ламп с одинаковыми КПД и одинаковыми номинальными мощностями, рассчитанных на разные номинальные напряжения, и оказалось, что необходимый набор ламп у них есть. Определите, каковы должны быть номинальные напряжения ламп в этом наборе и сколько ламп каждого типа нужно использовать. Каждая гирлянда состоит из ламп одинакового типа, и в «симметричных» парах гирлянд (2 и 5, 3 и 4) лампы тоже одинаковы. Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.



Ответ на вопрос: Мощность потребления лампы можно записать через напряжение и сопротивление: $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}$. Соответственно соотношение сопротивлений рассматриваемых ламп в номинальном режиме $\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{4}$. Значит, сопротивление второй лампы в 4 раза меньше, чем у первой.

Критерии проверки:

Записана формула для мощности потребления лампы	**3**
Из нее выражено сопротивление лампы в номинальном режиме	**2**
Получена формула для соотношения сопротивлений	**2**
Получен правильный ответ	**3**
ВСЕГО	**10**

Решение задачи: Ясно, что лампы гирлянды 1 должны быть иметь номинальное напряжение $U_1 = \frac{U}{20} = 4{,}8$ В. Пусть потенциал положительной клеммы источника равен $+\frac{U}{2}$, отрицательной $-\frac{U}{2}$, а φ – потенциал узла схемы, в котором соединяются гирлянды 2,3 и 6. Тогда потенциал «симметричного» по отношению к нему узла равен $-\varphi$. Обозначим P мощность, потребляемую любой лампой. Тогда сила тока через гирлянду 2 определяется из закона Джоуля-Ленца как отношение потребляемой мощности к напряжению, и она равна $I_2 = \frac{20P}{U/2-\varphi}$. Аналогично $I_3 = \frac{30P}{U/2+\varphi}$, а $I_6 = \frac{20P}{2\varphi}$. Уравнение непрерывности тока для узла с потенциалом φ дает:

$$I_2 = I_3 + I_6 \Rightarrow \frac{20P}{U/2-\varphi} = \frac{30P}{U/2+\varphi} + \frac{20P}{2\varphi} \Rightarrow \varphi^2 - \frac{U}{12}\varphi - \frac{U^2}{24} = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{U}{4}.$$

Теперь легко находим: $U_2 = U_5 = \frac{U/4}{20} = \frac{U}{80} = 1{,}2$ В, $U_3 = U_4 = \frac{3U/4}{30} = \frac{U}{40} = 2{,}4$ В, $U_6 = \frac{U/2}{20} = \frac{U}{20} = 2{,}4$ В. Для гирлянды 6 нужны такие же лампы, как для 3 и 4.

Ответ: Нужно 20 ламп с номиналом 4,8 В – для гирлянды 1, 80 ламп с номиналом 2,4 В – для гирлянд 3,4 и 6, и 40 ламп с номиналом 1,2 В – для гирлянд 2 и 5.

Критерии проверки:

Учтена симметрия схемы (для потенциалов узлов или для сил токов)	**2**
Определено U_1	**1**
Записаны соотношения, связывающие силы тока в трех независимых гирляндах и потенциалы узлов	**3×2=6**
Все соотношения сведены к одному уравнению для одной неизвестной	**2**
Определены U_2 (или U_5), U_3 (или U_4) и U_6	**3×1=3**
Дан правильный ответ	**1**
ВСЕГО	**15**